



TITLE:

Win Probability Added in Sabermetrics (Statistical Experiment and Its Related Topics)

AUTHOR(S):

鳥越, 規央

CITATION:

鳥越, 規央. Win Probability Added in Sabermetrics (Statistical Experiment and Its Related Topics). 数理解析研究所講究録 2010, 1703: 1-9

ISSUE DATE:

2010-08

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/170028>

RIGHT:

Win Probability Added in Sabermetrics

東海大学・理学部 鳥越 規央 (Norio Torigoe)

School of Science,
Tokai University

1. はじめに

1970 年代のアメリカで、野球のプレイデータから選手や戦術を統計学的手法を用いて評価する試みが B. James (1977) によって提唱された。このような研究分野は B. Davids らによって設立された Society for American Baseball Research (アメリカ野球学会) の頭文字に由来して Sabermetrics (セイバーメトリクス) と呼ばれている。しかしそれ以前にも野球のプレイを統計学的に分析する手法は、多くの研究者によって提案されていた。Lidsey (1960) は 1 イニングの得点分布をモデル化して、イニング終了時における得点差別の勝利確率の理論値をメジャーリーグのデータをもとに算出している。

この研究では、アウトカウントや塁状況を基にしたアルゴリズムを構築し、2004 年から 2008 年に行われた日本プロ野球 (NPB) の公式戦のデータを代入することによって、イニング終了時、さらには、アウトカウント、塁状況、ボールカウント別シチュエーションにおける勝利確率の算出について考察した。これにより WPA (Win Probability Added) と呼ばれる選手の試合における貢献度を示す指標を細かく計算することができ、選手評価の一助となる。なおこの研究はデータスタジアム (株) の協力を得て行っている。

2. 1 イニングの得点の確率分布

ここに 2004 年から 2008 年のプロ野球のデータから求められた 1 イニングに獲得する得点の相対度数分布を表 2. 1 に表す。まずはこの分布のモデル化を Lindsey (1960) の手法に倣い行う。

表 2. 1. プロ野球における 1 イニングの得点の相対度数

得点	0	1	2	3	4	5	>5
相対度数	.751	.138	.060	.027	.015	.006	.003

1 イニングで 3 アウトになる前に出塁する打者の数を表す確率変数を Y とする。このとき Y の分布は負の二項分布に従うことが知られている。負の二項分布の確率関数は

$$f_k(y) = 0.35\phi_1(y) + 0.65\phi_2(y)$$

where

$$\phi_1(0) = \phi(0; p_k) + \phi(1; p_k)$$

$$\phi_1(y) = \phi(y+1; p_k) \text{ for } y = 1, 2, 3, \dots$$

$$\phi_2(0) = \phi(0; p_k) + \phi(1; p_k) + \phi(2; p_k)$$

$$\phi_2(y) = \phi(y+2; p_k) \text{ for } y = 1, 2, 3, \dots$$

と定義する。ここで

$$\phi(y, p_k) = \binom{y+3-1}{y} p_k^3 (1-p_k)^y$$

である。また p_k の算出方法はイニングごとのデータを用いて

$$1 - p_k = \{(\text{安打}) + (\text{四球}) + (\text{死球}) + (\text{失策}) - (\text{併殺打})\} / (\text{打席})$$

である。2004 年から 2008 年のデータから推定される各イニングの打者がアウトになる確率は表 2. 3. のようになった。

表 2. 3. イニングごとの打者が凡退する確率の推定値

イニング	1	2	3	4	5	6	7	8	9
得点分布	.668	.701	.692	.689	.691	.680	.686	.689	.701

3. イニング終了時における得点差別の勝利確率の理論値

X_k を先攻チームの第 k イニングの得点, Y_k を後攻チームの第 k イニングの得点を表す確率変数とする。また p_k を第 k イニングにおける打者がアウトになる確率とし、関数 $FT_k(x)$, $FB_k(x)$ を

$FT_k(x)$: 第 k イニング表終了時, x 点差がついたときの後攻チームの勝利確率

$FB_k(x)$: 第 k イニング裏終了時, x 点差がついたときの後攻チームの勝利確率

と定義する。

まず前提として、両チームの実力は等しいとし、 X_k と Y_k ($k = 1, \dots, 9, 10, 11, 12$) は独立であると考え、このとき $k \geq 9$ のときの $FB_k(x)$ は

$$FB_k(x) = \begin{cases} 1 & (x \geq 1) \\ 0.5 & (x = 0) \\ 0 & (x \leq -1) \end{cases}$$

となる。最初に 9 回表終了時の後攻チームの勝利確率の理論値を考察する。9 回表終了時に 1 点以上リードしていることは勝利が確定しているので

$$FT_9(x) = 1 \quad (x \geq 1)$$

である。また 9 回表終了時に x 点差 ($x \leq 0$) の場合、9 回裏に $-x+1$ 点獲得すれば勝利となる。また 9 回裏に $-x$ 点とれば延長戦に入る。延長戦での勝利確率は 0.5 と考える。これを式に表すと

$$\begin{aligned} FT_9(x) &= 1 - P(Y_9 \leq -x) + 0.5P(Y_9 = -x) \\ &= 1 - \sum_{i=0}^{-x} f_9(i) + 0.5f_9(-x) \end{aligned}$$

となる。次に $k \leq 8$ のとき第 k イニング裏終了時の後攻チームの勝利確率は

$$\begin{aligned} FB_k(x) &= \sum_{j=0}^{\infty} P(X_{k+1} = j) FT_{k+1}(x + j) \\ &= \sum_{j=0}^{\infty} f_{k+1}(j) FT_{k+1}(x + j) \end{aligned}$$

と表され、第 k イニング表終了時の後攻チームの勝利確率は

$$\begin{aligned} FT_k(x) &= \sum_{j=0}^{\infty} P(Y_k = j) FB_k(x + j) \\ &= \sum_{j=0}^{\infty} f_k(j) FB_k(x + j) \end{aligned}$$

と表される。この計算式をもとに、データから推定されたイニングごとの打者がアウトになる確率を代入して、イニング終了時における得点差別の勝利確率の理論値を算出した。その数値を表 3. 1 に示す。

表 3. 1 イニング終了時における勝利確率の推定値

点差	1 回表	1 回裏	2 回表	2 回裏	3 回表	3 回裏	4 回表	4 回裏	5 回表	5 回裏
5	0.9236	0.9104	0.9314	0.9220	0.9436	0.9350	0.9562	0.9488	0.9682	0.9625
4	0.8829	0.8636	0.8918	0.8775	0.9075	0.8938	0.9245	0.9121	0.9419	0.9317
3	0.8264	0.7993	0.8349	0.8143	0.8533	0.8326	0.8743	0.8546	0.8972	0.8799
2	0.7519	0.7157	0.7576	0.7293	0.7766	0.7468	0.7992	0.7693	0.8256	0.7975
1	0.6596	0.6141	0.6594	0.6229	0.6748	0.6349	0.6941	0.6517	0.7182	0.6755
同点	0.5534	0.5	0.5439	0.5	0.5500	0.5	0.5564	0.5	0.5625	0.5
-1	0.4430	0.3859	0.4241	0.3771	0.4195	0.3651	0.4110	0.3483	0.3960	0.3245
-2	0.3396	0.2843	0.3153	0.2707	0.3040	0.2532	0.2877	0.2307	0.2648	0.2025
-3	0.2500	0.2007	0.2243	0.1857	0.2102	0.1674	0.1917	0.1454	0.1681	0.1201
-4	0.1774	0.1364	0.1534	0.1225	0.1395	0.1062	0.1225	0.0879	0.1022	0.0683
-5	0.1217	0.0896	0.1013	0.0780	0.0893	0.0650	0.0754	0.0512	0.0599	0.0375

$$\phi(y;p) = P(Y = y) = \binom{y+3-1}{y} p^3 (1-p)^y$$

で表される。ここで p は打者がアウトになる確率である。 p の算出方法は

$$1-p = \{(\text{安打}) + (\text{四球}) + (\text{死球}) + (\text{失策}) - (\text{併殺打})\} / (\text{打席})$$

である。データより $p=0.687$ と算出された。例えば 1 イニングでランナーが一人も出ない確率 $\phi(0;p)$ は $y=0, p=0.687$ を代入して

$$\phi(0;p) = \binom{0+3-1}{0} 0.687^3 (1-0.687)^0 = 0.325$$

となる。つまり 3 者凡退の確率は 0.325 であるといえる。そこで Lindsey は 1 イニングに x 点入る確率をモデル化する確率関数 $f(x)$ として、次のような関数を提案した。

$$f(x) = \lambda \phi_1(x) + (1-\lambda) \phi_2(x)$$

where

$$\phi_1(0) = \phi(0;p) + \phi(1;p)$$

$$\phi_1(x) = \phi(x+1;p) \text{ for } x = 1, 2, 3, \dots$$

$$\phi_2(0) = \phi(0;p) + \phi(1;p) + \phi(2;p)$$

$$\phi_2(x) = \phi(x+2;p) \text{ for } x = 1, 2, 3, \dots$$

この式の根拠として、1 イニングに x ($x=1, 2, 3, \dots$) 点とるためには $x+1$ 人、もしくは $x+2$ 人出塁することが必要なものとしている。その両者の比率を $\lambda : 1-\lambda$ に設定している。0 点の場合は、3 者凡退、1 人出塁、2 人出塁の確率から算出しているものと考えられる。ここでは少数の例外は加味されていない。次の表 2. 2. では $\lambda=0.35$ として計算された $f(x)$ の確率分布と実際の相対度数とを比較している。

表 2. 2. 得点確率分布 $f(x)$ の値と相対度数との比較

得点 x	0	1	2	3	4	5	>5
相対度数	.751	.138	.060	.027	.015	.006	.003
$f(x)$.753	.131	.065	.030	.013	.005	.003

表 2. 2. よりこの $f(x)$ は実際の得点分布に対して当てはまりがよい。

λ の値は実際のデータより、最適な値を推定することができ、より適合するモデルを確定することができると思われる。

そこで我々は、この式をもとに第 k イニング時に y 点獲得する確率を示す関数 $f_k(y)$ を

表 3. 1. (つづき)

点差	6 回表	6 回裏	7 回表	7 回裏	8 回表	8 回裏	9 回表	9 回裏
5	0.9805	0.9765	0.9901	0.9880	0.9970	0.9963	1	
4	0.9613	0.9535	0.9780	0.9734	0.9921	0.9903	1	
3	0.9254	0.9108	0.9527	0.9430	0.9798	0.9753	1	
2	0.8620	0.8359	0.9021	0.8827	0.9507	0.9401	1	
1	0.7571	0.7135	0.8075	0.7708	0.8866	0.8628	1	
同点	0.5751	0.5	0.5840	0.5	0.5995	0.5	0.6124	0.5
-1	0.3764	0.2865	0.3351	0.2292	0.2717	0.1372	0.1629	0
-2	0.2371	0.1641	0.1934	0.1173	0.1400	0.0599	0.0716	0
-3	0.1416	0.0892	0.1058	0.0570	0.0683	0.0247	0.0296	0
-4	0.0810	0.0465	0.0554	0.0266	0.0320	0.0097	0.0117	0
-5	0.0446	0.0235	0.0281	0.0120	0.0145	0.0037	0.0044	0

4. アウトカウント, 塁状況別勝利確率の推移

1 イニング内におけるアウトカウントとランナーの塁状況は 2 4 の状態があるといえる. そこでその状況を表 4. 1 のように記号化する.

表 4. 1. アウトカウントとランナーの塁状況

	0 アウト	1 アウト	2 アウト
ランナーなし	OUT=0, R=0	OUT=1, R=0	OUT=2, R=0
ランナー 1 塁	OUT=0, R=1	OUT=1, R=1	OUT=2, R=1
ランナー 2 塁	OUT=0, R=2	OUT=1, R=2	OUT=2, R=2
ランナー 3 塁	OUT=0, R=3	OUT=1, R=3	OUT=2, R=3
ランナー 1, 2 塁	OUT=0, R=12	OUT=1, R=12	OUT=2, R=12
ランナー 1, 3 塁	OUT=0, R=13	OUT=1, R=13	OUT=2, R=13
ランナー 2, 3 塁	OUT=0, R=23	OUT=1, R=23	OUT=2, R=23
満塁	OUT=0, R=123	OUT=1, R=123	OUT=2, R=123

また打者がヒットを打ったときのランナーの進塁状況を以下の記号で示す.

1 塁ランナーが本塁生還 : R1→4 2 塁ランナーが本塁生還 : R2→4

1 塁ランナーが 3 塁進塁 : R1→3 2 塁ランナーが 3 塁進塁 : R2→3

1 塁ランナーが 2 塁進塁 : R1→2 2 塁ランナーが本塁憤死 : R2→o

1 塁ランナーが本塁憤死 : R1→o

さらに凡打時にアウトカウントが a から 1 つ増え, 得点の増加がなかった状況でのランナー進塁状況を以下の記号で示す.

ランナー状況が 2, 3 塁から 2, 3 塁のまま : OUT $a \rightarrow a+1$, R23→23

ランナー状況が 2, 3 塁から 1, 3 塁 : OUT $a \rightarrow a+1$, R23→13

ランナー状況が 2, 3 塁から 1, 2 塁 : $\text{OUT } a \rightarrow a+1, R23 \rightarrow 12$
 ランナー状況が 1, 3 塁から 2, 3 塁 : $\text{OUT } a \rightarrow a+1, R13 \rightarrow 23$
 ランナー状況が 1, 3 塁から 1, 3 塁のまま : $\text{OUT } a \rightarrow a+1, R13 \rightarrow 23$
 ランナー状況が 1, 3 塁から 1, 2 塁 : $\text{OUT } a \rightarrow a+1, R13 \rightarrow 23$
 ランナー状況が 1, 2 塁から 2, 3 塁 : $\text{OUT } a \rightarrow a+1, R12 \rightarrow 23$
 ランナー状況が 1, 2 塁から 1, 3 塁 : $\text{OUT } a \rightarrow a+1, R12 \rightarrow 23$
 ランナー状況が 1, 2 塁から 1, 2 塁のまま : $\text{OUT } a \rightarrow a+1, R12 \rightarrow 23$
 ランナー状況が b 塁から c 塁 ($b=1,2,3, c=1,2,3$) : $\text{OUT } a \rightarrow a+1, Rb \rightarrow c$

まず第 k イニング裏攻撃中の後攻チームのある状態での勝利確率を数式化する．点差を示す確率変数を D とし， $D=x$ のときの各状態での勝利確率の理論値を求める式の一部を示す．まず第 k イニングで x 点差で 2 アウト満塁の状況における勝利確率は

$$\begin{aligned}
 & P_k(D=x, \text{OUT}=2, R=123) \\
 &= P(\text{本塁打} \mid \text{OUT}=2, R=123)P_k(D=x+4, \text{OUT}=2, R=0) \\
 & \quad + P(\text{三塁打} \mid \text{OUT}=2, R=123)P_k(D=x+3, \text{OUT}=2, R=3) \\
 & \quad + P(\text{二塁打} \mid \text{OUT}=2, R=123)\{P(R1 \rightarrow 4)P_k(D=x+3, \text{OUT}=2, R=2) \\
 & \quad \quad + P(R1 \rightarrow 3)P_k(D=x+2, \text{OUT}=2, R=2,3) + P(R1 \rightarrow o)FB_k(x+2)\} \\
 & \quad + P(\text{単打, 失策出塁} \mid \text{OUT}=2, R=123)[P(R2 \rightarrow 4) \\
 & \quad \quad \{P(R1 \rightarrow 4)P_k(D=x+3, \text{OUT}=2, R=1) + \{P(R1 \rightarrow 3)P_k(D=x+2, \text{OUT}=2, R=13) \\
 & \quad \quad + P(R1 \rightarrow 2)P_k(D=x+2, \text{OUT}=2, R=12) + \{P(R1 \rightarrow o)FB_k(x+2)\} \\
 & \quad \quad + P(R2 \rightarrow 3)P_k(D=x+1, \text{OUT}=2, R=123) + P(R2 \rightarrow o)FB_k(x+1)\} \\
 & \quad + P(\text{四死球} \mid \text{OUT}=2, R=123)P_k(D=x+1, \text{OUT}=2, R=123) \\
 & \quad + P(\text{凡打} \mid \text{OUT}=2, R=123)FB_k(x)
 \end{aligned}$$

で表される．また 1 アウトランナー 1, 2 塁の状況における勝利確率は

$$\begin{aligned}
 & P_k(D=x, \text{OUT}=1, R=12) \\
 &= P(\text{本塁打} \mid \text{OUT}=1, R=12)P_k(D=x+3, \text{OUT}=1, R=0) \\
 & \quad + P(\text{三塁打} \mid \text{OUT}=1, R=12)P_k(D=x+2, \text{OUT}=1, R=3) \\
 & \quad + P(\text{二塁打} \mid \text{OUT}=1, R=12)\{P(R1 \rightarrow 4)P_k(D=x+2, \text{OUT}=1, R=2) \\
 & \quad \quad + P(R1 \rightarrow 3)P_k(D=x+1, \text{OUT}=1, R=2,3) + P(R1 \rightarrow o)P_k(D=x+1, \text{OUT}=2, R=2)\} \\
 & \quad + P(\text{単打, 失策出塁} \mid \text{OUT}=1, R=12)[P(R2 \rightarrow 4)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \{P(R1 \rightarrow 4)P_k(D=x+2, OUT=1, R=1) + \{P(R1 \rightarrow 3)P_k(D=x+1, OUT=1, R=13) \\
& + P(R1 \rightarrow 2)P_k(D=x+1, OUT=1, R=12) + \{P(R1 \rightarrow o)P_k(D=x+1, OUT=2, R=2)\} \\
& + P(R2 \rightarrow 3)P_k(D=x, OUT=1, R=123) + P(R2 \rightarrow o)P_k(D=x, OUT=2, R=13)\} \\
& + P(\text{四死球} \mid OUT=1, R=12)P_k(D=x, OUT=1, R=123) \\
& + P(\text{犠打} \mid OUT=1, R=12)P_k(D=x, OUT=2, R=23) \\
& + P(\text{併殺打} \mid OUT=1, R=12)FB_k(x) \\
& + P(\text{凡打} \mid OUT=1, R=12)\{P(OUT1 \rightarrow 2, R12 \rightarrow 12)P_k(D=x, OUT=2, R=12) \\
& + P(OUT1 \rightarrow 2, R12 \rightarrow 13)P_k(D=x, OUT=2, R=13) \\
& + P(OUT1 \rightarrow 2, R12 \rightarrow 23)P_k(D=x, OUT=2, R=23)\}
\end{aligned}$$

で表される。そしてノーアウトランナーなしの状況では

$$\begin{aligned}
& P_k(D=x, OUT=0, R=0) \\
& = P(\text{本塁打} \mid OUT=0, R=0)P_k(D=x+1, OUT=0, R=0) \\
& + P(\text{三塁打} \mid OUT=0, R=0)P_k(D=x, OUT=0, R=3) \\
& + P(\text{二塁打} \mid OUT=0, R=0)P_k(D=x, OUT=0, R=2) \\
& + P(\text{単打, 失策出塁, 四死球} \mid OUT=0, R=0)P_k(D=x, OUT=0, R=1) \\
& + P(\text{凡打} \mid OUT=0, R=0)P_k(D=x, OUT=1, R=0)
\end{aligned}$$

で表される。

5. 勝利確率と WPA

表 5. 1, 5. 2 において同点時, 1 点差負けの状態における各回裏の状況別の勝利確率を示す。この勝利確率の推移を用いることによって WPA(Win Probability Added) と呼ばれる指標を算出することができる。プレイによる勝利確率の変化量の累積によって、選手の試合における勝利貢献度を数値で表すことができる。これによって客観的に選手の試合における活躍具合を評価することができる。

参考文献

- J. Albert and J. Bennett (2001) Curve Ball; Baseball, Statistics, and the Role of Chance in the Game, Springer.
- James, B. (1977) The 1977 Baseball Abstract.
- Lindsey, G. R. (1961) The progress of the score during a baseball game, Journal of the American Statistical Association, 56, 703-728

表5. 1. 同点時における勝利確率の推定値

アウト	塁状況	イニング								
		1回裏	2回裏	3回裏	4回裏	5回裏	6回裏	7回裏	8回裏	9回裏
2	123	0.5717	0.5755	0.5802	0.5861	0.5934	0.6034	0.6156	0.6315	0.6503
	23	0.5597	0.5631	0.5674	0.5728	0.5796	0.5888	0.6001	0.6145	0.6307
	13	0.5490	0.5519	0.5556	0.5605	0.5669	0.5761	0.5886	0.6065	0.6305
	12	0.5462	0.5489	0.5524	0.5569	0.5627	0.5711	0.5822	0.5980	0.6189
	3	0.5395	0.5421	0.5456	0.5502	0.5565	0.5661	0.5796	0.6001	0.6290
	2	0.5367	0.5391	0.5423	0.5466	0.5523	0.5609	0.5730	0.5912	0.6163
	1	0.5236	0.5250	0.5269	0.5293	0.5324	0.5369	0.5428	0.5510	0.5617
	なし	0.5105	0.5112	0.5121	0.5133	0.5149	0.5173	0.5207	0.5257	0.5326
1	123	0.6399	0.6469	0.6556	0.6666	0.6802	0.6988	0.7222	0.7534	0.7920
	23	0.6264	0.6334	0.6423	0.6536	0.6678	0.6876	0.7129	0.7469	0.7889
	13	0.6111	0.6174	0.6256	0.6362	0.6499	0.6698	0.6966	0.7352	0.7872
	12	0.5883	0.5930	0.5990	0.6066	0.6162	0.6296	0.6469	0.6705	0.7005
	3	0.5923	0.5983	0.6061	0.6166	0.6307	0.6519	0.6819	0.7271	0.7908
	2	0.5719	0.5763	0.5820	0.5896	0.5995	0.6140	0.6340	0.6632	0.6956
	1	0.5525	0.5555	0.5594	0.5645	0.5709	0.5801	0.5921	0.6088	0.6309
	なし	0.5267	0.5283	0.5305	0.5333	0.5370	0.5425	0.5500	0.5610	0.5756
0	123	0.6952	0.7040	0.7151	0.7288	0.7454	0.7678	0.7952	0.8310	0.8744
	23	0.6724	0.6811	0.6923	0.7064	0.7238	0.7477	0.7776	0.8171	0.8650
	13	0.6634	0.6720	0.6834	0.6979	0.7165	0.7430	0.7783	0.8285	0.8649
	12	0.6281	0.6345	0.6428	0.6531	0.6660	0.6838	0.7062	0.7363	0.7731
	3	0.6342	0.6421	0.6528	0.6669	0.6854	0.7129	0.7509	0.8070	0.8818
	2	0.6088	0.6151	0.6235	0.6345	0.6488	0.6699	0.6985	0.7404	0.7832
	1	0.5842	0.5887	0.5949	0.6027	0.6128	0.6272	0.6461	0.6727	0.7186
	なし	0.5534	0.5439	0.5500	0.5564	0.5625	0.5751	0.5840	0.5995	0.6124

表5. 2. 1点差負けの状態における勝利確率の推定値

アウト	塁状況	イニング								
		1回裏	2回裏	3回裏	4回裏	5回裏	6回裏	7回裏	8回裏	9回裏
2	123	0.4641	0.4605	0.4555	0.4480	0.4369	0.4182	0.3886	0.3392	0.2575
	23	0.4502	0.4460	0.4401	0.4316	0.4194	0.3994	0.3683	0.3173	0.2337
	13	0.4381	0.4329	0.4258	0.4157	0.4011	0.3773	0.3407	0.2807	0.1877
	12	0.4353	0.4300	0.4226	0.4121	0.3969	0.3722	0.3342	0.2722	0.1760
	3	0.4269	0.4212	0.4133	0.4021	0.3862	0.3605	0.3216	0.2586	0.1637
	2	0.4242	0.4182	0.4100	0.3984	0.3819	0.3554	0.3151	0.2499	0.1516
	1	0.4109	0.4040	0.3944	0.3809	0.3618	0.3310	0.2844	0.2092	0.0958
	なし	0.3968	0.3889	0.3780	0.3626	0.3410	0.3062	0.2538	0.1695	0.0435
1	123	0.5394	0.5404	0.5413	0.5418	0.5414	0.5388	0.5320	0.5171	0.4874
	23	0.5225	0.5231	0.5235	0.5236	0.5230	0.5207	0.5151	0.5034	0.4794
	13	0.5050	0.5043	0.5032	0.5011	0.4974	0.4903	0.4778	0.4550	0.4150
	12	0.4817	0.4793	0.4758	0.4704	0.4621	0.4478	0.4244	0.3844	0.3179
	3	0.4826	0.4807	0.4781	0.4742	0.4684	0.4585	0.4427	0.4161	0.3738
	2	0.4621	0.4587	0.4539	0.4471	0.4370	0.4204	0.3944	0.3514	0.2838
	1	0.4422	0.4373	0.4306	0.4209	0.4070	0.3842	0.3492	0.2918	0.2147
	なし	0.4141	0.4073	0.3980	0.3849	0.3663	0.3363	0.2908	0.2174	0.1094
0	123	0.6025	0.6066	0.6118	0.6178	0.6244	0.6321	0.6392	0.6447	0.6442
	23	0.5742	0.5775	0.5818	0.5870	0.5931	0.6006	0.6086	0.6167	0.6171
	13	0.5628	0.5654	0.5689	0.5730	0.5776	0.5830	0.5882	0.5923	0.5892
	12	0.5261	0.5261	0.5261	0.5254	0.5234	0.5184	0.5082	0.4882	0.4506
	3	0.5282	0.5290	0.5304	0.5319	0.5334	0.5347	0.5350	0.5331	0.5283
	2	0.5018	0.5009	0.4996	0.4976	0.4940	0.4874	0.4759	0.4554	0.4210
	1	0.4765	0.4736	0.4699	0.4643	0.4559	0.4417	0.4188	0.3803	0.3211
	なし	0.4430	0.4241	0.4195	0.4110	0.3960	0.3764	0.3351	0.2717	0.1629